

# Spis treści

## TOM PIERWSZY

Wstęp .....	11
-------------	----

### CZĘŚĆ I

#### SYSTEM EDUKACYJNY MARIII MONTESSORI – PODSTAWY PEDAGOGICZNE

1. Znaczenie aktywności dziecka w procesie jego rozwoju i uczenia się .....	17
2. Pedagogicznie przygotowane otoczenie w systemie Montessori .....	24
3. Przestrzeń edukacyjna, jej wyposażenie i urządzenie .....	26
4. Materiał dydaktyczny, jego rodzaje i charakterystyka .....	28
5. Uczenie się i nauczanie z wykorzystaniem materiału rozwojowego w systemie Montessori .....	33
6. Zasady pracy dydaktyczno-wychowawczej w systemie Montessori .....	36
7. Skład osobowy przedszkolnych i szkolnych oddziałów w systemie Montessori .....	40
8. Nauczyciel w edukacji Montessori .....	42
9. Organizacja zajęć w systemie Montessori .....	50
10. Współdziałanie placówek Montessori z rodzicami i środowiskiem .....	58

### CZĘŚĆ II

#### WYBRANE OBSZARY KSZTAŁCENIA W SYSTEMIE MONTESSORI

A. Zajęcia i materiały z obszaru życia codziennego .....	67
B. Materiały sensoryczne i ich rola w kształceniu zdolności poznawczych .....	79
I. Spostrzeganie wymiarów .....	87
1. Drewniane cylindry .....	87
2. Kolorowe walce .....	90
3. Różowa wieża .....	92
4. Brązowe schodki .....	93
5. Czerwone belecзки .....	94
II. Spostrzeganie kolorów .....	95
1. Kolorowe tabliczki .....	95
III. Spostrzeganie faktury materiału .....	97
1. Tablice i tabliczki dotykowe .....	97
2. Pudełko tekstyliów .....	99
IV. Rozróżnianie ciężaru .....	100
1. Tabliczki wagowe .....	100
V. Rozróżnianie temperatury .....	101
1. Pojemniki termiczne .....	101
2. Tabliczki termiczne .....	102
VI. Rozróżnianie elastyczności przedmiotów .....	103
1. Cylindry naciskowe .....	103
VII. Rozpoznawanie, opisywanie i nazywanie różnych przedmiotów .....	104
1. Tajemnicze woreczki .....	104

VIII. Rozróżnianie smaków .....	104
1. Butelki smakowe .....	104
IX. Rozróżnianie zapachów .....	105
1. Pojemniki zapachowe .....	105
X. Porównywanie głośności .....	106
1. Puszki szmerowe .....	106
<b>C. Kształtowanie wybranych pojęć i umiejętności matematycznych         z wykorzystaniem materiałów dydaktycznych Montessori .....</b>	<b>131</b>
<b>ROZDZIAŁ I</b>	
<b>LICZENIE W ZAKRESIE OD 1 DO 10</b>	
1. Klocki liczbowe .....	131
1.1. Opis materiału .....	131
1.2. Wprowadzenie materiału .....	132
1.3. Przykłady ćwiczeń z wykorzystaniem klocków liczbowych .....	133
2. Cyfry dotykowe .....	134
2.1. Opis materiału .....	134
2.2. Wprowadzenie materiału .....	135
2.3. Ćwiczenia z wykorzystaniem cyfr dotykowych .....	136
3. Wrzeczona .....	136
3.1. Opis materiału .....	136
3.2. Wprowadzenie materiału .....	136
3.3. Wprowadzenie zera .....	138
3.4. Przykłady ćwiczeń służących kształtowaniu pojęcia zera .....	138
4. Cyfry i żetony .....	139
4.1. Opis materiału .....	139
4.2. Wprowadzenie materiału .....	140
4.3. Ćwiczenia z materiałem .....	140
<b>ROZDZIAŁ II</b>	
<b>ZAPOZNANIE Z ZASADAMI DZIESIĄTKOWEGO SYSTEMU LICZENIA</b>	
1. Żółty materiał .....	153
1.1. Opis materiału .....	153
1.2. Wprowadzenie materiału .....	154
1.2.1. Wprowadzenie złotych koralików .....	154
1.2.2. Wprowadzenie tabliczek i kart liczbowych .....	156
1.2.3. Kojarzenie liczb: 1, 10, 100, 1000 z odpowiednim symbolem graficznym .....	157
1.2.4. Tworzenie ze żółtego materiału liczb od 1 do 1000 .....	157
1.2.5. Wprowadzenie pełnego zestawu dużych kart liczbowych .....	158
1.2.6. Kojarzenie liczb w zakresie od 1 do 1000 z ich symbolami graficznymi .....	159
1.2.7. Wprowadzenie kwadratu oznaczającego 100 i sześciangu oznaczającego 1000 .....	160
1.2.8. Tworzenie liczb wielocyfrowych .....	161
1.2.9. Wstępne ćwiczenia ze żółtym materiałem. Przygotowanie do działań arytmetycznych .....	161

### ROZDZIAŁ III

## ROZSZERZENIE NUMERACJI DO 1000 – LICZENIE W ZAKRESIE 1000

1. Kolorowe liczby .....	171
1.1. Opis materiału .....	171
1.2. Wprowadzenie materiału .....	172
1.3. Przykłady ćwiczeń z wykorzystaniem kolorowych liczb oraz innych materiałów Montessori .....	172
2. Tablice Seguína. Zestaw I .....	173
2.1. Opis materiału .....	173
2.2. Tworzenie liczb drugiej dziesiątki .....	173
2.3. Prezentacja symboli cyfrowych liczb drugiej dziesiątki .....	174
2.4. Kojarzenie liczby z symbolem .....	175
3. Tablice Seguína. Zestaw II .....	175
3.1. Opis materiału .....	175
3.2. Prezentacja pełnych dziesiątek .....	176
3.3. Tworzenie liczb dwucyfrowych .....	177
3.4. Przykłady ćwiczeń z wykorzystaniem tablic Seguína oraz innych materiałów Montessori .....	178
4. Krótkie łańcuchy kolorowych liczb .....	178
4.1. Opis materiału .....	178
4.2. Prezentacja łańcuchów .....	179
4.3. Ćwiczenia z wykorzystaniem łańcuchów .....	179
4.4. Prezentacja łańcucha piątki ( $5^2$ ) .....	180
5. Łańcuch setki .....	180
5.1. Opis materiału .....	180
5.2. Prezentacja łańcucha setki oraz przykłady ćwiczeń .....	181
6. Tablica setki .....	182
6.1. Opis materiału .....	182
6.2. Przykłady ćwiczeń .....	183
7. Łańcuch tysiąca .....	184
7.1. Opis materiału .....	184
7.2. Prezentacja łańcucha tysiąca .....	185
7.2.1. Zdejmowanie, przenoszenie i zawieszanie łańcucha .....	185
7.2.2. Mierzenie łańcucha tysiąca łańcuchem setki .....	185
7.2.3. Porównywanie łańcucha tysiąca z kwadratem dziesiątki i sześcianiem dziesiątki .....	185
7.2.4. Liczenie koralików i przyporządkowywanie strzałek liczbowych .....	186
7.3. Ćwiczenia z wykorzystaniem łańcucha tysiąca .....	186

### ROZDZIAŁ IV

## DZIAŁANIA ARYTMETYCZNE W DZIESIĄTKOWYM SYSTEMIE LICZENIA

1. Żłoty materiał .....	211
1.1. Dodawanie .....	211

1.1.1. Porządkowanie i liczenie złotego materiału jako przygotowanie do dodawania .....	211
1.1.2. Wprowadzenie dodawania .....	212
1.1.3. Zapoznanie z operacją dodawania .....	213
1.1.4. Dodawanie z przekraczaniem progów .....	214
1.2. Odejmowanie .....	215
1.2.1. Zapoznanie z operacją odejmowania .....	215
1.2.2. Ustopniowanie trudności .....	216
1.3. Mnożenie .....	217
1.3.1. Zapoznanie z operacją mnożenia .....	217
1.3.2. Wprowadzenie mnożenia jako dodawania jednakowych składników .....	217
1.3.3. Mnożenie przez 10 .....	218
1.4. Dzielenie .....	218
1.4.1. Zapoznanie z operacją dzielenia .....	218
1.4.2. Dzielenie przez liczbę jednocyfrową z przekraczaniem progów .....	219
1.4.3. Dzielenie przez liczbę dwucyfrową .....	220
2. Znaczkki .....	222
2.1. Opis materiału .....	222
2.2. Prezentacja materiału .....	222
2.3. Działania arytmetyczne z wykorzystaniem znaczków .....	223
2.3.1. Dodawanie .....	223
2.3.2. Odejmowanie .....	224
2.3.3. Mnożenie .....	224
2.3.4. Dzielenie .....	227
3. Tablica kropek .....	229
3.1. Opis materiału .....	229
3.2. Dodawanie z wykorzystaniem tablicy kropek .....	229
4. Liczydło małe .....	231
4.1. Opis materiału .....	231
4.2. Prezentacja liczydła małego .....	232
4.3. Przeliczanie koralików z przechodzeniem do jednostek wyższego rzędu .....	233
4.4. Zapoznanie z zapisem liczb na karcie .....	233
4.5. Przedstawianie liczb na liczydło i ich zapisywanie .....	234
5. Geometryczna hierarchia liczb .....	234
5.1. Opis materiału .....	234
5.2. Wprowadzenie materiału .....	234
5.2.1. Lekcja nazw .....	235
5.2.2. Sprawdzanie poprawności skojarzenia nazwy z odpowiednim elementem materiału .....	235
6. Liczydło duże .....	235
6.1. Opis materiału .....	235
6.2. Prezentacja liczydła dużego .....	236
6.3. Działania arytmetyczne z wykorzystaniem liczydeł .....	236
6.3.1. Dodawanie .....	236
6.3.2. Odejmowanie .....	237
6.3.3. Mnożenie .....	238

7. Duża tablica mnożenia .....	242
7.1. Opis materiału .....	242
7.2. Zapoznanie z tablicą .....	243
7.3. Mnożenie liczby wielocyfrowej przez jednocyfrową .....	244
7.4. Mnożenie przez 10 .....	246
7.5. Mnożenie przez pełne dziesiątki .....	247
7.6. Mnożenie przez liczbę dwucyfrową .....	247
7.7. Mnożenie przez liczbę wielocyfrową .....	248
7.7.1. Mnożenie przez 100 .....	248
7.7.2. Mnożenie przez liczbę trzycyfrową .....	248
8. Liczydło złociste .....	249
8.1. Opis materiału .....	249
8.2. Mnożenie liczb wielocyfrowych .....	250
9. Zestaw do zabawy w bank .....	254
9.1. Opis materiału .....	254
9.2. Mnożenie liczby wielocyfrowej przez jednocyfrową .....	255
9.3. Mnożenie przez liczbę wielocyfrową .....	256
10. Zestaw do dzielenia liczb wielocyfrowych .....	258
10.1. Opis materiału .....	258
10.2. Zapoznanie z materiałem .....	258
10.3. Dzielenie przez liczbę jednocyfrową bez przekraczania progów .....	259
10.4. Dzielenie przez liczbę jednocyfrową z przekraczaniem progów .....	260
10.5. Zapoznanie z zapisem pisemnego dzielenia .....	261
10.6. Dzielenie przez liczbę wielocyfrową .....	264

## ROZDZIAŁ V

### ELEMENTARNE ĆWICZENIA W DODAWANIU, ODEJMOWANIU, MNOŻENIU I DZIELENIU

1. Wąż dodawania .....	305
1.1. Opis materiału .....	305
1.2. Dodawanie liczb z wykorzystaniem węża .....	306
1.3. Sprawdzanie poprawności wykonania działań .....	307
2. Listwowa tablica dodawania .....	308
2.1. Opis materiału .....	308
2.2. Wprowadzenie tablicy .....	309
2.3. Poszukiwanie dwóch składników dla wybranych liczb .....	310
2.4. Przemienność dodawania .....	310
3. Tablice dodawania .....	310
3.1. Opis materiału .....	310
3.2. Opis i wykorzystanie kolejnych tablic .....	310
4. Wąż odejmowania .....	313
4.1. Opis materiału .....	313
4.2. Odejmowanie liczb z wykorzystaniem węża .....	314
5. Wąż z liczbami ujemnymi .....	316
5.1. Opis materiału .....	316

5.2. Dodawanie i odejmowanie z wykorzystaniem węża .....	317
5.2.1. Kolejność czynności .....	317
5.2.2. Opis wykonywania działań .....	317
6. Listwowa tablica odejmowania .....	319
6.1. Opis materiału .....	319
6.2. Odejmowanie z wykorzystaniem tablicy .....	319
6.2.1. Ćwiczenie 1. Odejmowanie od 9 .....	320
6.2.2. Ćwiczenie 2. Odejmowanie z przekraczaniem progu dziesiątkowego .....	320
6.2.3. Ćwiczenie 3. Odejmowanie tej samej liczby od stopniowo malejącej odjemnej (w zakresie 10) .....	321
6.2.4. Ćwiczenie 4. Odejmowanie tej samej liczby od stopniowo malejącej odjemnej z przekraczaniem progu dziesiątkowego .....	322
7. Tablice odejmowania .....	322
7.1. Opis materiału .....	322
7.2. Opis i wykorzystanie kolejnych tablic .....	323
8. Kolorowe liczby (zestaw duży) .....	362
8.1. Opis materiału .....	362
8.2. Mnożenie z wykorzystaniem kolorowych liczb .....	362
8.2.1. Geometryczne i dziesiątkowe przedstawienie mnożenia .....	362
8.2.2. Mnożenie przez 10 .....	363
8.2.3. Poszukiwanie różnych czynników dla jednakowego iloczynu .....	363
8.2.4. Tworzenie kwadratów liczb .....	364
8.2.5. Rozdzielność mnożenia względem dodawania .....	364
9. Koralikowa tablica mnożenia .....	364
9.1. Opis materiału .....	364
9.2. Mnożenie z wykorzystaniem tablicy .....	364
9.2.1. Ćwiczenie 1. Od czynników do iloczynu .....	364
9.2.2. Ćwiczenie 2. Od iloczynu do czynników .....	365
10. Tablice mnożenia .....	366
10.1. Opis materiału .....	366
10.2. Opis i wykorzystanie kolejnych tablic .....	366
11. Tablica Pitagorasa .....	367
11.1. Opis materiału .....	367
11.2. Przykłady ćwiczeń .....	368
12. Mała tabliczka dzielenia .....	369
12.1. Opis materiału .....	369
12.2. Przykłady ćwiczeń .....	369
12.2.1. Ćwiczenie 1. Poszukiwanie dzielników .....	369
12.2.2. Ćwiczenie 2. Poszukiwanie dzielników .....	370
13. Tablice dzielenia .....	372
13.1. Opis materiału .....	372
13.2. Opis i wykorzystanie kolejnych tablic .....	372
Załączniki .....	375

# Spis treści

## TOM DRUGI

### ROZDZIAŁ I

#### POTĘGI

1. Regał z kolorowymi liczbami .....	9
1.1. Opis materiału .....	9
1.2. Wprowadzenie materiału .....	11
1.2.1. Uwagi wstępne .....	11
1.2.2. Prezentacja długiego łańcucha piątki (pięć do potęgi trzeciej – $5^3$ ) .....	12
1.3. Różne porządkowanie materiału .....	13
1.3.1. Geometryczne i liniowe przedstawienia liczb .....	13
1.3.2. Układanie wielokątów .....	14
1.3.3. Kompozycje z całego materiału .....	14
1.4. Porównywanie liczb .....	15
1.4.1. Porównywanie różnych przedstawień kwadratów liczb (kwadraty – łańcuchy) .....	15
1.4.2. Porównywanie różnych przedstawień sześciątów liczb (sześciiany – łańcuchy) .....	15
1.4.3. Porównywanie kolejnych kolorowych liczb (od 1 do 10) .....	16
1.5. Liczenie elementów tworzących krótkie i długie łańcuchy .....	16
1.6. Ustalanie wartości potęgi pierwszej, drugiej i trzeciej dla liczb od 1 do 10 .....	17
1.7. Ustalanie tempa wzrostu potęg .....	17
1.8. Tworzenie i obliczanie sumy elementów wchodzących w skład kolorowych liczb, łańcuchów krótkich i łańcuchów długich .....	18
1.9. Liczbniki główne i porządkowe .....	19
1.10. Geometryczna i arytmetyczna równowartość liczby .....	19
1.11. Zapis potęgowania .....	20
1.12. Prezentacja potęgi zerowej, pierwszej i drugiej .....	36
1.13. Prezentacja potęgi trzeciej .....	36
2. Duży zestaw kolorowych liczb .....	37
2.1. Opis materiału .....	37
2.2. Przykłady ćwiczeń .....	37
2.2.1. Poziom pierwszy .....	37
2.2.2. Poziom drugi .....	39
2.2.3. Poziom trzeci .....	39

### ROZDZIAŁ II

#### WIELOKROTNOŚCI I DZIELNIKI

1. Wielokrotności liczb od 1 do 10 .....	43
2. Wspólne wielokrotności .....	43

3. Liczby pierwsze .....	44
4. Mnożenie liczb. Podzielność liczb i rozkładanie liczb na czynniki .....	44

## ROZDZIAŁ III

### UŁAMKI

1. Ułamki zwykłe .....	61
1.1. Opis materiału .....	61
1.2. Wprowadzenie ułamka $\frac{1}{2}$ (połowa) .....	62
1.3. Zapoznanie z ułamkami o różnych mianownikach .....	63
1.4. Równowartość ułamków. Rozszerzanie i skracanie ułamków .....	64
1.4.1. Ukazanie równowartości całości i ułamka niewłaściwego typu: $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}$ .....	64
1.4.2. Rozszerzanie ułamków .....	65
1.4.3. Skracanie ułamków .....	66
1.5. Ułamek właściwy, niewłaściwy, liczba mieszana .....	67
1.5.1. Przedstawianie ułamków na materiale i zapoznanie z ich zapisem .....	67
1.6. Dodawanie ułamków .....	68
1.6.1. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach (gdy ich suma jest mniejsza lub równa 1) .....	68
1.6.2. Dodawanie ułamków o różnych mianownikach .....	70
1.6.3. Dodawanie ułamków, których suma jest większa od 1 .....	71
1.6.4. Dodawanie liczb mieszanych .....	71
1.6.5. Inny sposób poszukiwania wspólnego mianownika .....	71
1.7. Odejmowanie ułamków .....	72
1.7.1. Odejmowanie ułamka od 1 .....	72
1.7.2. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach .....	74
1.7.3. Odejmowanie ułamków o różnych mianownikach .....	74
1.7.4. Odejmowanie liczb mieszanych .....	76
1.8. Mnożenie ułamków .....	76
1.8.1. Mnożenie liczby całkowitej przez ułamek .....	76
1.8.2. Mnożenie ułamka przez liczbę całkowitą .....	77
1.8.3. Mnożenie ułamka przez ułamek .....	79
1.8.4. Mnożenie ułamka przez liczbę mieszaną .....	79
1.9. Dzielenie ułamków .....	80
1.9.1. Dzielenie ułamka przez liczbę całkowitą .....	80
1.9.2. Dzielenie liczby całkowitej przez ułamek .....	83
1.9.3. Dzielenie ułamka przez ułamek .....	84
2. Ułamki dziesiętne .....	119
2.1. Tablica ułamków dziesiętnych .....	119
2.1.1. Opis materiału .....	119
2.1.2. Wprowadzenie ułamków dziesiętnych .....	119
2.1.3. Tworzenie i odczytywanie liczb dziesiętnych .....	120
2.1.4. Zapisywanie ułamków dziesiętnych .....	121
2.1.5. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych .....	121
2.2. Tablica mnożenia ułamków dziesiętnych .....	122



2.2.1. Opis materiału .....	122
2.2.2. Zapoznanie z tablicą .....	122
2.2.3. Mnożenie ułamków dziesiętnych .....	123

#### ROZDZIAŁ IV

### POTĘGI I PIERWIASTKI

1. Potęgi .....	127
1.1. Kwadraty liczb .....	127
1.1.1. Prezentacja sposobu tworzenia i obliczania kwadratu liczby. Kwadrat dwumianu .....	127
1.1.2. Plastikowa tablica Pitagorasa .....	129
1.1.3. Układanie i obliczanie kwadratów liczb z wykorzystaniem złotego materiału .....	131
1.1.4. Tworzenie kwadratów liczb na tablicy perforowanej .....	133
1.2. Pierwiastki .....	150
1.2.1. Obliczanie pierwiastków kwadratowych z wykorzystaniem złotego materiału .....	150
1.2.2. Obliczanie pierwiastka kwadratowego z wykorzystaniem tablicy perforowanej .....	152
1.3. Sześciany liczb .....	155
1.3.1. Pudełko sześciątów i kwadratów liczb od 1 do 9 .....	155
1.3.2. Dwupoziomowy sześcian .....	157
1.3.3. Trzydziomowy sześcian .....	159
1.3.4. Arytmetyczny sześcian trójmianu .....	179
1.3.5. Pudełko potęg liczby 2 .....	181
ZAKOŃCZENIE .....	183
BIBLIOGRAFIA .....	191
ZAŁĄCZNIKI .....	197